

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Смоленский государственный университет»

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В МАГИСТРАТУРУ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

**по направлению подготовки: 02.04.01
Математика и компьютерные науки
профиль: Методы моделирования в анализе и стохастике**

Составители: доктор физико-математических наук, профессор РАСУЛОВ К.М. и
кандидат физико-математических наук ХАРТОВ А.А.

Смоленск
2022

РАЗДЕЛ 1. СОДЕРЖАНИЕ ОСНОВНЫХ ТЕМ

Вещественный анализ

Функции одной и нескольких действительных переменных (непрерывность, дифференциальное и интегральное исчисление, задачи на экстремум); числовые и функциональные последовательности и ряды. Мера и интеграл Лебега.

Комплексный анализ

Поле комплексных чисел. Функции комплексной переменной и их дифференцируемость и интегрируемость. Аналитические функции комплексного переменного и их связь с гармоническими функциями двух действительных переменных. Интегральная теорема Коши и интегральная формула Коши.

Геометрия и алгебра

Аналитическая геометрия; теория матриц; системы линейных алгебраических уравнений; линейные пространства и операторы; элементы общей алгебры.

Дифференциальные уравнения

Общая теория дифференциальных уравнений и систем; задача Коши и краевые задачи; линейные уравнения и системы; теория устойчивости; уравнения в частных производных первого порядка.

Численные методы

Численные методы решения задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений; численные методы решения задач математической физики; методы решения сеточных уравнений.

Теория вероятностей и математическая статистика

Аксиоматика теории вероятностей; случайные величины, их распределение и числовые характеристики; предельные теоремы теории вероятностей; случайные процессы; точечное и интервальное оценивание, проверка статистических гипотез; линейные статистические модели.

Методы статистического моделирования

Датчики случайных чисел. Моделирование дискретных случайных величин. Моделирование непрерывных случайных величин. Метод МонтеКарло и его применение.

РАЗДЕЛ II. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Вещественный анализ

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1-3. – М.: Физматлит, 2006.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. I., Ч. II. – М.: Наука. Издания разных лет.

3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.

4. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974.

5. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Наука. Издания разных лет.

6. Расулов К.М. Практикум по математическому анализу. Числовые и функциональные ряды: учебное пособие. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных – Смоленск: Изд-во СОИРО, 2014. – 251 с.

Комплексный анализ

1. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987.

3. Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.

4. Волковыский Л.И., Лунц Г.И., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1975.

5. Балк М.Б., Петров В.А., Полухин А.А. Задачник-практикум по теории аналитических функций. М., 1976.

Геометрия и алгебра

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. – ч. 1. – М.: Просвещение, 1986.

2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М. Издания разных лет.

3. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Проспект, 2008

4. Ляпин Е.С., Евсеев А.Е. Алгебра и теория чисел. Ч.1 и Ч.2. М. «Просвещение». Издания разных лет.

6. Вернер А.Л., Кантор Б.Е., Франгулов С.А. Геометрия: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. Т. 1-2. – СПб., 1997.

7. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука. Издания разных лет.

8. Фадеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Наука. Издания разных лет.

Дифференциальные уравнения

1. Агофонов С.А., Муратова Т.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Академия, 2008.

2. Королев А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов - М.: Юрайт, 2021.

3. Муратова Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. - М.: Юрайт, 2021.

4. Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. – М.: Едиториал УРСС, 2003.

5. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – СПб.: Лань, 2002.

6. Расулов К.М. Практикум по дифференциальным уравнениям и уравнениям математической физики. – Смоленск, изд-во СОИРО, 2015.

Численные методы

1. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Высшая школа. 2002.

2. Пименов В.Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1: учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2017.

3. Пименов В.Г., Ложников А.Б. Численные методы в 2 ч. Ч. 2: учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2017.

4. Численные методы: учебник и практикум для академического бакалавриата / У.Г. Пирумов [и др.]; под ред. У.Г. Пирумова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2018.

5. Пименов В. Г. Численные методы: разностные схемы решения уравнений: учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2020.

6. Емельянов В. Н. Численные методы: введение в теорию разностных схем: учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2020.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов. – 2-е изд. – М.: Физматлит, 2005.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для студентов вузов. – 8-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2008.

3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: учеб. пособие для студентов вузов. – 5-е изд. испр. – М.: Academia, 2003.

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов вузов. – 12-е изд., – М.: Высшее образование, 2008.

4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для студентов вузов. – 11-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, 2008.

5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник для студентов математ. спец. ун-тов. – 8-е изд., испр. и доп.. – М.: Едиториал УРСС, 2005.

8. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учеб.

пособие для студентов высш. техн. учеб. заведений. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2005.

Методы статистического моделирования

1. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численное статистическое моделирование. – М.: Издательский центр «Академия», 2006.
2. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. – М.: Наука, 1973.
3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. – М.: Наука, 1982.
4. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. – М.: БИНОМ Лаборатория знаний, 2009.

РАЗДЕЛ III. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Форма и порядок проведения вступительного испытания

Письменный вступительный экзамен по математике абитуриенты могут сдавать в двух формах: 1) в очной форме в здании СмолГУ; 2) в дистанционной форме с применением электронной информационно-образовательной среды СмолГУ (системы дистанционного обучения Moodle). Абитуриентам, письменно заявившим о желании сдать экзамен в дистанционной форме, не менее чем за один день до экзамена (на консультации) сообщается в каком разделе и в какое время экзаменационные задания будут выставлены в электронной информационно-образовательной среде СмолГУ (системы дистанционного обучения Moodle). После получения экзаменационных заданий, абитуриент в течение трех часов (180 минут) должен успеть: 1) оформить в тетрадях решения полученных заданий; 2) сфотографированные решения прикрепить в виде заархивированного файла и отправить экзаменационной комиссии для проверки.

Продолжительность вступительного испытания

Продолжительность экзамена – 3 часа (180 минут).

Структура вступительного испытания

В экзаменационную работу включено 10 вопросов и заданий, предполагающих подготовку развернутых ответов.

Шкала оценивания

Ответы абитуриентов оцениваются по 100-балльной шкале. Каждый из десяти ответов оценивается от 0 до 10 баллов:

- правильный ответ с полным объяснением – 10 баллов;

- ответ с незначительной неточностью или недостаточно полный – 7-9 баллов;
- ответ неполный или содержащий принципиальную ошибку – 4-6 баллов;
- неверный ответ, содержащий здравую идею или демонстрирующий понимание сути задания – 1-3 балла;
- отсутствие ответа или принципиально неверный ответ – 0 баллов.

Максимальная возможная оценка за вступительный экзамен – 100 (сто) баллов.

Минимальный балл для участия в конкурсе – 30 (тридцать) баллов.

РАЗДЕЛ IV. ОБРАЗЕЦ ВАРИАНТА ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

1. Сформулируйте определение предела функции в конечной точке:
 а) на языке неравенств (по Коши);
 б) на языке последовательностей (по Гейне).
 Равносильны ли эти определения? Ответ поясните.

2. Вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси **OX** фигуры, ограниченной в декартовых координатах линиями $y = x^2$ и $y = x^3$.

3. Найдите действительную и мнимую части функции $W = \sin z$, где $z = x + iy$ - комплексная переменная.

4. Дан параллелепипед $ABCD A'B'C'D'$, построенный на векторах $\overline{AB} = (4, 3, 0)$, $\overline{AD} = (2, 1, 2)$, $\overline{AA'} = (-3, -2, 5)$. Вычислите длину высоты, проведенной из вершины C' на грань $ABCD$ (система координат декартова).

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & -28 \end{pmatrix}$. Может ли система линейных

уравнений, имеющая матрицей коэффициентов при неизвестных матрицу A , иметь единственное решение? Ответ поясните.

6. Решите дифференциальное уравнение $y'' + 4y = 0$.

7. Вычислите приближенно интеграл $\int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$ по формуле трапеций, разбив отрезок на три равные части. Результаты округлите до двух знаков после запятой.

8. В мешке 100 яблок, из них 10 гнилых. Наугад извлекаются 4 яблока. Найти вероятность того, что среди извлеченных яблок есть как свежие, так и гнилые.

9. Дана дискретная случайная величина X с распределением:

X	1	2	3	4
P	0.1	0.2	0.3	0.4

Найти математическое ожидание и дисперсию X .

10. Для следующей выборки найти 1) выборочное среднее, 2) выборочную дисперсию, 3) вариационный ряд, 4) квантиль уровня 0.25, 5) эмпирическую функцию распределения.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
0.7	0.9	0.3	1.0	0.2	0.1	0.3	0.5	0	0.4